

Eesti LXVII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.jaanuaril 2020.a. Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Gümnaasiumis saab õppida kolme võõrkeelt: inglise, saksa ja prantsuse keelt. Gümnaasiumis on 286 õpilast ja iga õpilane õpib vähemalt ühte keelt. Kusjuures, inglise keelt õpib 230 õpilast, saksa keelt õpib 170 õpilast ja prantsuse keelt õpib 111 õpilast. Nii inglise, kui ka saksa keelt õpib 132 õpilast. Nii saksa kui ka prantsuse keelt õpib 72 õpilast, nii prantsuse kui ka inglise keelt õpib 68 õpilast. Mitu õpilast õpib kõiki kolme keelt?
2. Leia avaldise $\log_q x_1^2 + \log_q x_2^2 + \log_q a^2$ väärtus, kui x_1 ja x_2 on ruutvõrrandi $ax^2 + px + q = 0$ lahendid.
3. Ringjoone kõõl $AB=10\text{cm}$. Puutuja puudutab ringjoont punktis A ja punkti B kaugus sellest puutujast on 3cm. Leia ringjoone raadius.
4. Leidke vähim naturaalarv n , mille puhul korrutis $(n)(n + 3)(n + 5)$ jagub 2020-ga.
5. Toomas mängib järgmist mängu. Tema ees on ruudustik mõõtmetega 3×5 ning taskus lõpmatult palju kuldmünti. Tema ülesanne on ruudustikku asetada käbisid, järgides järgmisi reegleid:
 - Toomas saab kaupmehelt käbisid osta kuldmüntide eest. Esimene käbi maksab 10 kuldmünti, iga järgnev käbi on eelmisest 10 kuldmünti kallim.
 - Ostetud käbi saab asetada vaid tühjale ruudule.
 - Kui ruudustikul leidub kaks ruutu, milles on sama palju käbisid, siis on lubatud suurendada ühes ruudus käbide arvu ühe võrra. Selle tagajärjel tuleb kõik käbid teises ruudus anda kaupmehele tagasi.
 - Ühele ruudule mahub maksimaalselt kuus käbi.
 - a) Mis on kõige väiksem müntide arv, mis kulub Toomasel 31 käbi asetamiseks ruudustikule?
 - b) Mitu käbi saab Toomasel maksimaalselt kuluda, et ruudustikul oleks 48 käbi